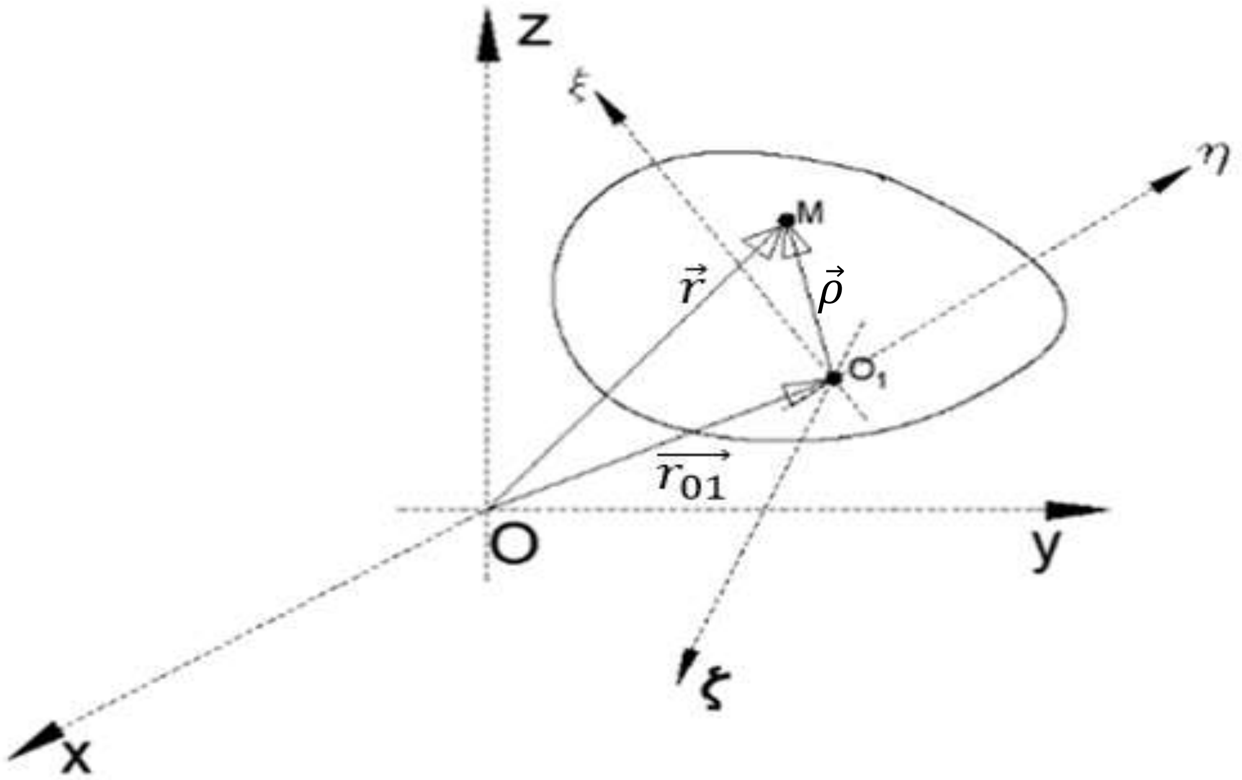
SLOŽENO KRETANJE TAČKE



(x,y,z) – nepokretan koordinatni sistem

(ζ,η,ξ) – pokretan koordinatni sistem

Tačka M se kreće relativno u odnosu na tijelo.

Tačka M se kreće po tijelu koje se takođe kreće.

Imamo dvostuko kretanje tačke:

- tačka se kreće po tijelu --- relativno kretanje
- tijelo se kreće --- prenosno kretanje

Ukupno kretanje tačke je složeno iz relativnog i prenosnog kretanja.

Brzina i ubrzanje tačke kod složenog kretanja

Vektor položaja tačke M koja vrši složeno kretanje je:

$\vec{r} = \vec{r}_{o1} + \vec{\rho}$, gdje je $\vec{r} = \{x, y, z\}$

$\vec{r}_{o1} = \{x_{o1}, y_{o1}, z_{o1}\}$ i $\vec{\rho} = \{\zeta(t), \eta(t), \xi(t)\}$

Vektor brzine se dobija diferenciranjem vektora položaja po vremenu:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{V}(t)}{dt} = \frac{\overrightarrow{dr_{o1}}}{dt} + \frac{d\vec{\rho}}{dt}, \text{ tj.}$$

$$\vec{V} = \overrightarrow{V_{o1}} + \vec{\rho} + \vec{\omega} x \vec{\rho}$$

Pa se izraz za brzinu kod složenog kretanja tačke po tijelu može napisati kao:

$$\vec{V}_{aps} = \vec{V}_{pren} + \vec{V}_{rel}$$

tj.apsolutna brzina tačke pri složenom kretanju sastoji se od vektorskog zbira njene prenosne i relativne brzine.

$$\vec{V}_{pren} = \vec{V}_{o1} + \vec{\omega} x \vec{\rho}$$

Prenosna brzina je brzina tačke na tijelu u kojoj se u datom trenutku nalazi posmatrana tačka M.

$$\vec{V}_{rel} = \dot{\vec{\rho}} = \{\dot{\zeta}, \dot{\eta}, \dot{\xi}\}$$

Relativna brzina tačke M je brzina pokretne tačke u odnosu na tijelo po kome se kreće.

Apsolutno ubrzanje tačke M koja vrši složeno kretanje jednako je prvom izvodu apsolutne brzine po vremenu:

$$\vec{a}_{aps} = \frac{d\vec{V}_{aps}}{dt} = \frac{d\vec{V}_{pren}}{dt} + \frac{d\vec{V}_{rel}}{dt}$$

$$\vec{a}_{aps} = \frac{d\vec{V}_{aps}}{dt} = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{V_{o1}} + \dot{\vec{\rho}} + \vec{\omega} x \vec{\rho})$$

$$\vec{a}_{aps} = \frac{d\vec{V}_{o1}}{dt} + \frac{d\ \dot{\vec{\rho}}}{dt} + \frac{d\omega}{dt} x \vec{\rho} + \vec{\omega} x \frac{d\vec{\rho}}{dt}$$

$$\vec{a}_{aps} = \vec{a}_{o1} + \ddot{\vec{\rho}} + \vec{\varepsilon} x \vec{\rho} + \vec{\omega} x \left(\dot{\vec{\rho}} + \vec{\omega} x \vec{\rho}\right) + \vec{\omega} x \dot{\vec{\rho}}$$

Sređivanjem ovog izraza dobija se:

$$\vec{a}_{aps} = \vec{a}_{pren} + \vec{a}_{rel} + \vec{a}_{cor} \,, \quad \text{pri čemu je}$$

$$\vec{a}_{pren} = \vec{a}_{o1} + \vec{\varepsilon} x \vec{\rho} + \vec{\omega} x (\vec{\omega} x \vec{\rho})$$

$$\vec{a}_{rel} = \ddot{\vec{\rho}} = \{\ddot{\zeta}, \ddot{\eta}, \ddot{\xi}\}$$

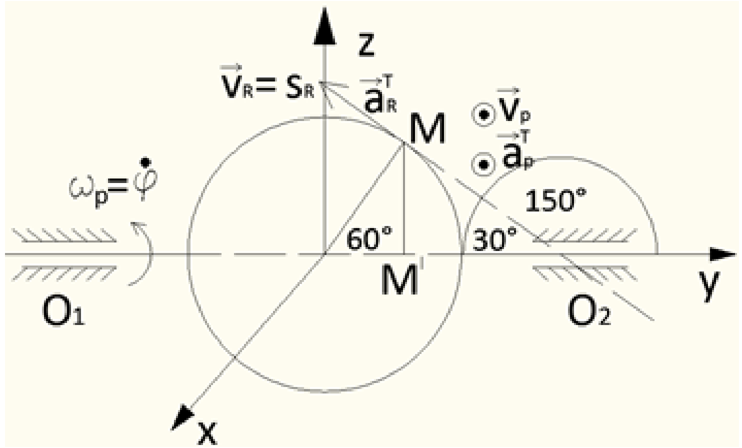
$$\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega} x \vec{V}_{rel}$$

$\vec{a}_{cor}$ nazivamo Koriolisovim ubrzanjem i ono se javlja kao rezultat uzajamnog uticaja prenosnog i relativnog kretanja.

1. Zadatak

Tačka M se kreće po obimu kružne ploče poluprečnika r = 3 cm. U naznačenom smjeru po relativnom zakonu $s_r = \pi\,(2t^2 - t)\ [cm]\ t\ [s]$, dok se ploča zajedno sa vratilom O1O2 obrće oko ose y u pozitivnom matematičkom smjeru po zakonu $\varphi = \frac{\pi\sqrt{3}}{3}t^2\ [rad]$.

Odrediti položaj tačke na ploči u trenutku t= 1 s a zatim apsolutnu brzinu i ubrzanje tačke u tom trenutku.



U trenutku

$$t = 1\,s \;\Rightarrow s_R = \pi(2 \cdot 1 - 1) = \pi$$

$$O = 2r\pi = 2 \cdot 3 \cdot \pi = 6\pi$$

$$s = v_r = 4\pi t - \pi = 3\pi$$

$$v_p = MM^I \cdot \dot{\varphi} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{MM^I}{R} = sin60°$$

$$MM^I = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\dot{\varphi} = \frac{2}{3}\pi\sqrt{3}t = \frac{2}{3}\pi\sqrt{3}$$

$$MM^I \cdot \dot{\varphi} = \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3}\pi\sqrt{3} = R\pi = 3\pi$$

$$|\vec{v}_a| = 3\pi\sqrt{2}$$

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_p + \vec{a}_{cor} = \dot{s}$$

$$\vec{a}_r^T = \ddot{s} = 4\pi$$

$$\vec{a}_r^n = \frac{v_r^2}{R} = \frac{9\pi^2}{3} = 3\pi^2$$

$$\vec{a}_p^n = MM^I \cdot \dot{\varphi}^2 = \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi^2 = \frac{2}{3}R\pi^2\sqrt{3}$$

$$\vec{a}_p^T = MM^I \cdot \ddot{\varphi} = \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3}\pi\sqrt{3}$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{2}{3}\pi\sqrt{3}$$

$$\vec{a}_{cor} = 2\left|\vec{\omega}_p \times \vec{v}_r\right| = 2|\dot{\varphi} \cdot \vec{v}_r| = 2 \cdot \frac{2}{3}\pi\sqrt{3} \cdot sin150° = 4\pi^2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 2\pi^2\sqrt{3}$$

$$a_x$$

$$a_y$$

$$a_z$$

$$a_a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$